

$f(p, t)$ - движение динамической системы, (X, ρ) - произвольное метрическое пространство.

Определение 1. Точка $p \in X$, движение $f(p, t)$, полутраектория $f(p, I^+)$ ($f(p, I^-)$) называются *положительно (отрицательно) устойчивыми по Лагранжу* или *устойчивыми L^+ (L^-)*, если $\overline{f(p, I^+)} (\overline{f(p, I^-)})$ - компактное множество, что эквивалентно тому, что $f(p, I^+) \in K$ ($f(p, I^-) \in K$), где K - компактное множество в X .

Определение 2. Если существуют последовательность $t_n \rightarrow \infty, t_n \geq 0$, при $n \rightarrow \infty$ и точка $q \in X$ такие, что $f(p, t_n) \rightarrow q$, то точка q называется ω -*предельной точкой* движения $f(p, t)$ (траектории $f(p, I)$, положительной полутраектории $f(p, I^+)$). Множество ω - предельных точек движения $f(p, t)$ (траектории $f(p, I)$) называется его *положительным предельным множеством* и обозначается Ω_p .

Аналогично, если только брать $t_n \rightarrow -\infty, t_n \leq 0$, $f(p, I^-)$ определяется α -*предельная точка* движения $f(p, t)$ и его *отрицательное предельное множество* A_p . Все ω - предельные и α - предельные точки динамической системы называются ее *предельными точками*.

Определение 3. Точка $p \in X$ и движение $f(p, t)$ называются *устойчивыми по Пуассону* при $t \rightarrow \infty$ (положительно устойчивыми по Пуассону, устойчивыми P^+), если $p \in \Omega_p$, т.е. если p - ω - предельная точка движения $f(p, t)$. Это эквивалентно тому, что движение $f(p, t)$ бесконечное число раз при сколь угодно больших t пересекает произвольную окрестность v точки p .

Аналогично, если $p \in A_p$, вводится понятие отрицательно устойчивости по Пуассону - устойчивости P^- .

Определение 4. Точка $p \in X$ и движение $f(p, t)$ называются устойчивыми по Пуассону (устойчивыми P), если они устойчивы P^+ и одновременно устойчивы P^- .

Свойства устойчивости по Пуассону.

1) Множество устойчивых P^+ (P^- , P) точек динамической системы инвариантно. Поэтому можно говорить не только об устойчивых по Пуассону точках и движениях, но и об устойчивых P^+ (P^- , P) траекториях.

2) Если точка $p \in X$ устойчива $P^+(P)$, то соответствующая траектория $f(p, I) \in \Omega_p$ ($f(p, I) \in A_p$).

3) Точка $p \in X$ устойчива P^+ тогда и только тогда, когда выполнено любое из равенств: $\Omega_p = \overline{f(p, I^+)}$ или $\Omega_p = \overline{f(p, I)}$ и устойчива P^- тогда и только тогда, когда выполнено любое из равенств: $A_p = \overline{f(p, I^-)}$ или $A_p = \overline{f(p, I)}$.

4) Если движение $f(p, t)$ устойчиво P^+ , то $A_p \subset \Omega_p = \overline{f(p, I)}$, если устойчиво P^- , то $\Omega_p \subset A_p = \overline{f(p, I)}$, если же оно устойчиво P , то $A_p = \Omega_p = \overline{f(p, I)}$.